

WARSZTATY LOGICZNE "ARYTMETYKA, MODELE, OBLICZENIA 2003"

Komitet programowy: Marcin Mostowski-przewodniczący, Leszek Kołodziejczyk, Henryk Kotlarski

Komitet organizacyjny: Leszek Kołodziejczyk-przewodniczący, Jakub Szymanik, Anna Wasilewska

W dniach 28 czerwca - 5 lipca 2003 roku w ośrodku ZHP na Polanie Głodówka koło Bukowiny Tatrzańskiej odbyły się warsztaty logiczne zorganizowane przez Instytut Filozofii Uniwersytetu Warszawskiego oraz Studenckie Koło Logiczne "Kwadratowe Koło" przy wsparciu: Instytutu Informatyki Uniwersytetu Warszawskiego, Instytutu Matematyki Polskiej Akademii Nauk, Katedry Podstaw Matematyki Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego oraz Rady Konsultacyjnej Do Spraw Studenckiego Ruchu Naukowego Uniwersytetu Warszawskiego.

Tegoroczne warsztaty były już czwartym z kolei spotkaniem tego typu, poprzednie warsztaty odbyły się w Słupsku (2000), Lutowiskach (2001), Załęczu Wielkim (2002). Warsztaty odbywają się rokrocznie na przełomie czerwca i lipca, trwają tydzień i są połączeniem szkoły letniej oraz konferencji roboczej poświęconej zagadnieniom leżącym w obrębie zainteresowań warszawskiego środowiska logicznego skupionego wokół prof. Marcina Mostowskiego. Są to następujące zagadnienia: modele dla arytmetyki oraz tak zwane słabe arytmetyki, badanie hierarchii pojęć w modelach skończonych oraz rozmaite metody badania złożoności. Wśród kryteriów doboru tematyki wystąpienie ważną rolę odgrywają zawsze motywacje ogólnopoznawcze i filozoficzne.

W tym roku w warsztatach wzięli udział studenci Uniwersytetu Jagiellońskiego oraz Uniwersytetu Warszawskiego (Instytutu Filozofii, Kolegium Międzywydziałowych Indywidualnych Studiów Humanistycznych, Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki). Zaproszeni naukowcy składali się z wykładowców Instytutu Filozofii, Instytutu Matematyki Polskiej Akademii Nauk, Katedry Podstaw Matematyki Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego oraz Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Warszawskiego.

Wykłady na temat arytmetyki wygłosili: prof. Zofia Adamowicz (IM-PAN), prof. Henryk Kotlarski (UKSW) oraz Anna Wasilewska prezentując pracę wspólną z Marcinem Mostowskim. Zofia Adamowicz zaprezentowała wykład poświęcony niesprzeczności Herbranda, przedstawiła mianowicie dowód twierdzenia, iż arytmetyka ze schematem indukcji ograniczonym do formuł klasy Σ_{n+1} dowodzi niesprzeczności w sensie Herbranda arytmetyki, w której schemat indukcji jest ograniczony do klasy Σ_n . Henryk Kotlarski przedstawił natomiast dowód twierdzenia Parisa-Harringtona. W 1977 roku

Paris i Harrington podali przykład zdania niezależnego od arytmetyki, które w przeciwieństwie do zdania Gödla posiada "konkretną" treść matematyczną (kombinatoryczną). Takim niezależnym zdaniem okazało się być sformułowanie skończonego twierdzenia Ramseya. Podany dowód opierał się na nowym rozumowaniu wykorzystującym szybkość wzrostu pewnych funkcji. Na prośbę uczestników warsztatów H. Kotlarski przedstawił również dowód II twierdzenia Gödla przy wykorzystaniu funkcji szybko rosnących. W ostatnim wykładzie, poświęconym arytmetyce, A. Wasilewska przedstawiła dowód, że teoria pierwszego rzędu modelu $(\omega, +, *)$ określona na skończonych początkowych segmentach liczb naturalnych jest interpretowalna w skończonych modelach teorii z samą relacją podzielności.

Wygłoszono następujące wykłady dotyczące teorii modeli: Leszek Kołodziejczyk (IFUW) przypomniał klasyczne twierdzenie Lindströma (1966), które głosi, że jeżeli logika L jest regularna i co najmniej tak silna jak logika pierwszego rzędu, to L ma własność zwartości oraz Skolema-Löwenheima wtedy i tylko wtedy, gdy L jest dokładnie tak silna semantycznie jak logika pierwszego rzędu. Twierdzenie to wydaje się nie do końca "filozoficznie przyswojone". Dwa wykłady poświęcone były teorii modeli skończonych. W pierwszym Dominika Majsak (IFUW) zaprezentowała wynik wspólnej pracy z M. Mostowskim. Pokazała ona, że następujące warunki są równoważne:

1. $S \subset \omega^{2m} - \{(0, \dots, 0)\}$ jest półliniowy
2. istnieje formuła drugiego rzędu postaci $\exists f \exists x_1 \dots \exists x_n \forall y_1 \dots y_n \phi$, taka, że $S = GS(\phi) = \{v_m \in \omega^{2m} : M \models \phi\}$
3. istnieje ϕ formuła monadycznej logiki drugiego rzędu (MSO) z jedną unarną zmienną funkcyjną, taka, że $S = GS(\phi)$
4. istnieje ϕ formuła MSO rozszerzonej o kwantyfikator Krynickiego, taka, że $S = GS(\phi)$

W drugim prof. Jerzy Tyszkiewicz (MIMUW) mówił na temat na temat praw "0 - 1" dla logiki pierwszego rzędu w różnych słownikach. W szczególności udowodnił on twierdzenie, głoszące, iż dla każdego zdania ϕ logiki pierwszego rzędu ciąg $\mu_n = \frac{\text{card}\{A \in A_n : A \models \phi\}}{\text{card}(A_n)}$ jest zbieżny do 0 lub 1. Po raz pierwszy wynik ten został uzyskany niezależnie przez R. Fagina oraz matematyków rosyjskich: Y. V. Glebskijego, D. I. Kogana, M. I. Liogonkija oraz V. A. Talanova.

W kolejnym cyklu wykładów dr Piotr Chrzęstowski (MIMUW) opowiedział o metodach dowodzenia własności programów. Podał on system dowodzenia znany pod nazwą logiki Hoore'a. Natomiast prof. Damian Niwiński (MIMUW) przedstawił krótkie wprowadzenie do rachunku punktów stałych przy użyciu metod teoriogrowych. Kolejne wystąpienie J. Tyszkiewicza poświęcone było tak zwanej złożoności Kołmogorowa. Przy wykorzystaniu tego pojęcia udowodnił on twierdzenie Gödla o niezupełności, podał formalizację pojęcia obiektu losowego oraz skonstruował tzw. liczbę Ω .

Tegoroczne warsztaty należy zaliczyć do udanych. Referaty nie dość, że były ciekawe ze względów matematycznych, to ponadto większość z udowodnionych twierdzeń i zaprezentowanych metod wydaje się mieć interesującą treść filozoficzną: niesprzeczność arytmetyki, konstrukcje zdań niezależnych, charakterystyka logiki elementarnej, formalizacja pojęcia obiektu losowego, problemy związane z badaniem własności algorytmów i wiele innych. Nie można również przecenić roli rozmów "kularowych" oraz nawiązanych podczas warsztatów kontaktów naukowych. Miejmy nadzieję, że w przyszłym roku uda nam się zorganizować równie ciekawe warsztaty z udziałem większej liczby gości spoza Warszawy.

Nina Gierasimczuk
Jakub Szymanik
kwadratowekolo@poczta.fm